

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное научное учреждение



ИНСТИТУТ СТРАТЕГИИ  
РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ ОБРАЗОВАНИЯ

**ОДОБРЕНА РЕШЕНИЕМ ФЕДЕРАЛЬНОГО УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОГО  
ОБЪЕДИНЕНИЯ ПО ОБЩЕМУ ОБРАЗОВАНИЮ,  
протокол 7/22 от 29.09.2022 г.**

---

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА СРЕДНЕГО  
ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

# МАТЕМАТИКА

УГЛУБЛЁННЫЙ УРОВЕНЬ

(для 10—11 классов образовательных организаций)

МОСКВА  
2022

## СОДЕРЖАНИЕ

---

<b>Пояснительная записка</b> . . . . .	4
Общая характеристика учебного предмета «Математика» . . . . .	4
Цели изучения учебного предмета «Математика» . . . . .	6
Место учебного предмета «Математика» в учебном плане . . . . .	8
<b>Планируемые результаты освоения учебного предмета «Математика»</b> . . . . .	9
Личностные результаты . . . . .	9
Метапредметные результаты . . . . .	10
Предметные результаты . . . . .	13
<b>Рабочая программа учебного курса «Алгебра и начала математического анализа»</b> . . . . .	14
Цели изучения учебного курса . . . . .	14
Место учебного курса в учебном плане . . . . .	18
Планируемые предметные результаты освоения рабочей программы курса (по годам обучения) . . . . .	18
Содержание учебного курса (по годам обучения) . . . . .	23
Тематическое планирование учебного курса (по годам обучения) . . . . .	27
<b>Рабочая программа учебного курса «Геометрия»</b> . . . . .	38
Цели изучения учебного курса . . . . .	38
Место учебного курса в учебном плане . . . . .	40
Планируемые предметные результаты освоения рабочей программы курса (по годам обучения) . . . . .	40
Содержание учебного курса (по годам обучения) . . . . .	43
Тематическое планирование учебного курса (по годам обучения) . . . . .	46
<b>Рабочая программа учебного курса «Вероятность и статистика»</b> . . . . .	65
Цели изучения учебного курса . . . . .	65
Место учебного курса в учебном плане . . . . .	66
Планируемые предметные результаты освоения рабочей программы курса (по годам обучения) . . . . .	66
Содержание учебного курса (по годам обучения) . . . . .	68
Тематическое планирование учебного курса (по годам обучения) . . . . .	70



Прикладная значимость математики обусловлена тем, что её предметом являются фундаментальные структуры нашего мира: пространственные формы и количественные отношения, функциональные зависимости и категории неопределённости, от простейших, усваиваемых в непосредственном опыте, до достаточно сложных, необходимых для развития научных и технологических идей. Без конкретных математических знаний затруднено понимание принципов устройства и использования современной техники, восприятие и интерпретация разнообразной социальной, экономической, политической информации, малоэффективна повседневная практическая деятельность. Во многих сферах профессиональной деятельности требуются умения выполнять расчёты, составлять алгоритмы, применять формулы, проводить геометрические измерения и построения, читать, обрабатывать, интерпретировать и представлять информацию в виде таблиц, диаграмм и графиков, понимать вероятностный характер случайных событий.

Одновременно с расширением сфер применения математики в современном обществе всё более важным становится математический стиль мышления, проявляющийся в определённых умственных навыках. В процессе изучения математики в арсенал приёмов и методов мышления человека естественным образом включаются индукция и дедукция, обобщение и конкретизация, анализ и синтез, классификация и систематизация, абстрагирование и аналогия. Объекты математических умозаключений, правила их конструирования раскрывают механизм логических построений, способствуют выработке умения формулировать, обосновывать и доказывать суждения, тем самым формируют логический стиль мышления. Ведущая роль принадлежит математике в формировании алгоритмической компоненты мышления и воспитании умений действовать по заданным алгоритмам, совершенствовать известные и конструировать новые. В процессе решения задач — основы для организации учебной деятельности на уроках математики — развиваются творческая и прикладная стороны мышления.

Обучение математике даёт возможность развивать у учащихся точную, рациональную и информативную речь, умение отбирать наиболее подходящие языковые, символические, графические средства для выражения суждений и наглядного их представления.

Необходимым компонентом общей культуры в современном толковании является общее знакомство с методами познания



тесном контакте и взаимодействии. Кроме этого, их объединяет логическая составляющая, традиционно присущая математике и пронизывающая все математические курсы и содержательные линии. Сформулированное в Федеральном государственном образовательном стандарте среднего общего образования требование «умение оперировать понятиями: определение, аксиома, теорема, следствие, свойство, признак, доказательство, равносильные формулировки; умение формулировать обратное и противоположное утверждение, приводить примеры и контрпримеры, использовать метод математической индукции; проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений» относится ко всем курсам, а формирование логических умений распределяется по всем годам обучения на уровне среднего общего образования.

## **МЕСТО УЧЕБНОГО ПРЕДМЕТА «МАТЕМАТИКА» В УЧЕБНОМ ПЛАНЕ**

В соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом среднего общего образования математика является обязательным предметом на данном уровне образования. Настоящей Примерной рабочей программой предусматривается изучение учебного предмета «Математика» в рамках трёх учебных курсов: «Алгебра и начала математического анализа», «Геометрия», «Вероятность и статистика». Формирование логических умений осуществляется на протяжении всех лет обучения в старшей школе, а элементы логики включаются в содержание всех названных выше курсов.

В учебном плане на изучение математики в 10—11 классах на углублённом уровне отводится 8 учебных часов в неделю в течение каждого года обучения, всего 560 учебных часов.

Тематическое планирование учебных курсов и рекомендуемое распределение учебного времени для изучения отдельных тем, предложенные в настоящей программе, надо рассматривать как примерные ориентиры в помощь составителю авторской рабочей программы, и прежде всего учителю. Автор рабочей программы вправе увеличить или уменьшить предложенное число учебных часов на тему, чтобы углубиться в тематику, заинтересовавшую обучающихся, или направить усилия на преодоление затруднений. Допустимо также локальное перераспределение и перестановка элементов содержания курса внутри данного класса.









*менение логических, исследовательских операций, умений работать с информацией).*

***Базовые логические действия:***

- выявлять и характеризовать существенные признаки математических объектов, понятий, отношений между понятиями; формулировать определения понятий; устанавливать существенный признак классификации, основания для обобщения и сравнения, критерии проводимого анализа;
- воспринимать, формулировать и преобразовывать суждения: утвердительные и отрицательные, единичные, частные и общие; условные;
- выявлять математические закономерности, взаимосвязи и противоречия в фактах, данных, наблюдениях и утверждениях; предлагать критерии для выявления закономерностей и противоречий;
- делать выводы с использованием законов логики, дедуктивных и индуктивных умозаключений, умозаключений по аналогии;
- проводить самостоятельно доказательства математических утверждений (прямые и от противного), выстраивать аргументацию, приводить примеры и контрпримеры; обосновывать собственные суждения и выводы;
- выбирать способ решения учебной задачи (сравнивать несколько вариантов решения, выбирать наиболее подходящий с учётом самостоятельно выделенных критериев).

***Базовые исследовательские действия:***

- использовать вопросы как исследовательский инструмент познания; формулировать вопросы, фиксирующие противоречие, проблему, устанавливать искомое и данное, формировать гипотезу, аргументировать свою позицию, мнение;
- проводить самостоятельно спланированный эксперимент, исследование по установлению особенностей математического объекта, явления, процесса, выявлению зависимостей между объектами, явлениями, процессами;
- самостоятельно формулировать обобщения и выводы по результатам проведённого наблюдения, исследования, оценивать достоверность полученных результатов, выводов и обобщений;
- прогнозировать возможное развитие процесса, а также выдвигать предположения о его развитии в новых условиях.







В основе методики обучения алгебре и началам математического анализа лежит деятельностный принцип обучения.

В структуре курса «Алгебра и начала математического анализа» можно выделить следующие содержательно-методические линии: «Числа и вычисления», «Функции и графики», «Уравнения и неравенства», «Начала математического анализа», «Множества и логика». Все основные содержательно-методические линии изучаются на протяжении двух лет обучения в старшей школе, естественно дополняя друг друга и постепенно насыщаясь новыми темами и разделами. Можно с уверенностью сказать, что данный курс является интегративным, поскольку объединяет в себе содержание нескольких математических дисциплин, таких как алгебра, тригонометрия, математический анализ, теория множеств, математическая логика и др. По мере того как учащиеся овладевают всё более широким математическим аппаратом, у них последовательно формируется и совершенствуется умение строить математическую модель реальной ситуации, применять знания, полученные при изучении курса, для решения самостоятельно сформулированной математической задачи, а затем интерпретировать свой ответ.

Содержательно-методическая линия «Числа и вычисления» завершает формирование навыков использования действительных чисел, которое было начато в основной школе. В старшей школе особое внимание уделяется формированию навыков рациональных вычислений, включающих в себя использование различных форм записи числа, умение делать прикидку, выполнять приближённые вычисления, оценивать числовые выражения, работать с математическими константами. Знакомые учащимся множества натуральных, целых, рациональных и действительных чисел дополняются множеством комплексных чисел. В каждом из этих множеств рассматриваются свойственные ему специфические задачи и операции: деление нацело, оперирование остатками на множестве целых чисел; особые свойства рациональных и иррациональных чисел; арифметические операции, а также извлечение корня натуральной степени на множестве комплексных чисел. Благодаря последовательному расширению круга используемых чисел и знакомству с возможностями их применения для решения различных задач формируется представление о единстве математики как науки и её роли в построении моделей реального мира; широко используются обобщение и конкретизация.



определять их наибольшие и наименьшие значения, вычислять площади фигур и объёмы тел, находить скорости и ускорения процессов. Данная содержательная линия открывает новые возможности построения математических моделей реальных ситуаций, позволяет находить наилучшее решение в прикладных, в том числе социально-экономических, задачах. Знакомство с основами математического анализа способствует развитию абстрактного, формально-логического и креативного мышления, формированию умений распознавать проявления законов математики в науке, технике и искусстве. Учащиеся узнают о выдающихся результатах, полученных в ходе развития математики как науки, и об их авторах.

Содержательно-методическая линия «Множества и логика» включает в себя элементы теории множеств и математической логики. Теоретико-множественные представления пронизывают весь курс школьной математики и предлагают наиболее универсальный язык, объединяющий все разделы математики и её приложений, они связывают разные математические дисциплины и их приложения в единое целое. Поэтому важно дать возможность школьнику понимать теоретико-множественный язык современной математики и использовать его для выражения своих мыслей. Другим важным признаком математики как науки следует признать свойственную ей строгость обоснований и следование определённым правилам построения доказательств. Знакомство с элементами математической логики способствует развитию логического мышления учащихся, позволяет им строить свои рассуждения на основе логических правил, формирует навыки критического мышления.

В курсе «Алгебра и начала математического анализа» присутствуют основы математического моделирования, которые призваны способствовать формированию навыков построения моделей реальных ситуаций, исследования этих моделей с помощью аппарата алгебры и математического анализа, интерпретации полученных результатов. Такие задания вплетены в каждый из разделов Программы, поскольку весь материал курса широко используется для решения прикладных задач. При решении реальных практических задач учащиеся развивают наблюдательность, умение находить закономерности, абстрагироваться, использовать аналогию, обобщать и конкретизировать проблему. Деятельность по формированию навыков решения прикладных задач организуется в процессе изучения всех тем курса «Алгебра и начала математического анализа».





- Свободно оперировать понятиями: синус, косинус, тангенс, котангенс числового аргумента.
- Оперировать понятиями: арксинус, арккосинус и арктангенс числового аргумента.

### *Уравнения и неравенства*

- Свободно оперировать понятиями: тождество, уравнение, неравенство, равносильные уравнения и уравнения-следствия; равносильные неравенства.
- Применять различные методы решения рациональных и дробно-рациональных уравнений; применять метод интервалов для решения неравенств.
- Свободно оперировать понятиями: многочлен от одной переменной; многочлен с целыми коэффициентами, корни многочлена; применять деление многочлена на многочлен с остатком, теорему Безу и теорему Виета для решения задач.
- Свободно оперировать понятиями: система линейных уравнений, матрица, определитель матрицы  $2 \times 2$  и его геометрический смысл; использовать свойства определителя  $2 \times 2$  для вычисления его значения, применять определители для решения системы линейных уравнений; моделировать реальные ситуации с помощью системы линейных уравнений, исследовать построенные модели с помощью матриц и определителей, интерпретировать полученный результат.
- Использовать свойства действий с корнями для преобразования выражений.
- Выполнять преобразования числовых выражений, содержащих степени с рациональным показателем.
- Использовать свойства логарифмов для преобразования логарифмических выражений.
- Свободно оперировать понятиями: иррациональные, показательные и логарифмические уравнения; находить их решения с помощью равносильных переходов или осуществляя проверку корней.
- Применять основные тригонометрические формулы для преобразования тригонометрических выражений.
- Свободно оперировать понятием: тригонометрическое уравнение; применять необходимые формулы для решения основных типов тригонометрических уравнений.
- Моделировать реальные ситуации на языке алгебры, составлять выражения, уравнения, неравенства по условию задачи,



ные последовательности; понимать основы зарождения математического анализа как анализа бесконечно малых.

- Свободно оперировать понятиями: непрерывные функции; точки разрыва графика функции; асимптоты графика функции.
- Свободно оперировать понятием: функция, непрерывная на отрезке; применять свойства непрерывных функций для решения задач.
- Свободно оперировать понятиями: первая и вторая производные функции, касательная к графику функции.
- Вычислять производные суммы, произведения, частного и композиции двух функций; знать производные элементарных функций.
- Использовать геометрический и физический смысл производной для решения задач.

### *Множества и логика*

- Свободно оперировать понятиями: множество, операции над множествами.
- Использовать теоретико-множественный аппарат для описания реальных процессов и явлений, при решении задач из других учебных предметов.
- Свободно оперировать понятиями: определение, теорема, уравнение-следствие, свойство математического объекта, доказательство, равносильные уравнения и неравенства.

## **11 класс**

### *Числа и вычисления*

- Свободно оперировать понятиями: натуральное и целое число, множества натуральных и целых чисел; использовать признаки делимости целых чисел, НОД и НОК натуральных чисел для решения задач, применять алгоритм Евклида.
- Свободно оперировать понятием остатка по модулю; записывать натуральные числа в различных позиционных системах счисления.
- Свободно оперировать понятиями: комплексное число и множество комплексных чисел; представлять комплексные числа в алгебраической и тригонометрической форме, выполнять арифметические операции с ними и изображать на координатной плоскости.

### *Уравнения и неравенства*



- Свободно оперировать понятиями: первообразная, определённый интеграл; находить первообразные элементарных функций и вычислять интеграл по формуле Ньютона — Лейбница.
- Находить площади плоских фигур и объёмы тел с помощью интеграла.
- Иметь представление о математическом моделировании на примере составления дифференциальных уравнений.
- Решать прикладные задачи, в том числе социально-экономического и физического характера, средствами математического анализа.

## СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО КУРСА (ПО ГОДАМ ОБУЧЕНИЯ)

### 10 класс

#### *Числа и вычисления*

Рациональные числа. Обыкновенные и десятичные дроби, проценты, бесконечные периодические дроби. Применение дробей и процентов для решения прикладных задач из различных отраслей знаний и реальной жизни.

Действительные числа. Рациональные и иррациональные числа. Арифметические операции с действительными числами. Модуль действительного числа и его свойства. Приближённые вычисления, правила округления, прикидка и оценка результата вычислений.

Степень с целым показателем. Бином Ньютона. Использование подходящей формы записи действительных чисел для решения практических задач и представления данных.

Арифметический корень натуральной степени и его свойства.

Степень с рациональным показателем и её свойства; степень с действительным показателем.

Логарифм числа. Свойства логарифма. Десятичные и натуральные логарифмы.

Синус, косинус, тангенс, котангенс числового аргумента. Арксинус, арккосинус и арктангенс числового аргумента.

#### *Уравнения и неравенства*

Тождества и тождественные преобразования. Уравнение, корень уравнения. Равносильные уравнения и уравнения-следствия. Неравенство, решение неравенства.

Основные методы решения целых и дробно-рациональных уравнений и неравенств. Многочлены от одной переменной. Деление многочлена на многочлен с остатком. Теорема Безу. Многочлены с целыми коэффициентами. Теорема Виета.



Функциональные зависимости в реальных процессах и явлениях. Графики реальных зависимостей.

### *Начала математического анализа*

Последовательности, способы задания последовательностей. Метод математической индукции. Монотонные и ограниченные последовательности. История возникновения математического анализа как анализа бесконечно малых.

Арифметическая и геометрическая прогрессии. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия. Сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии. Линейный и экспоненциальный рост. Число  $e$ . Формула сложных процентов. Использование прогрессии для решения реальных задач прикладного характера.

Непрерывные функции и их свойства. Точки разрыва. Асимптоты графиков функций. Свойства функций непрерывных на отрезке. Метод интервалов для решения неравенств. Применение свойств непрерывных функций для решения задач.

Первая и вторая производные функции. Определение, геометрический и физический смысл производной. Уравнение касательной к графику функции.

Производные элементарных функций. Производная суммы, произведения, частного и композиции функций.

### *Множества и логика*

Множество, операции над множествами и их свойства. Диаграммы Эйлера — Венна. Применение теоретико-множественного аппарата для описания реальных процессов и явлений, при решении задач из других учебных предметов.

Определение, теорема, свойство математического объекта, следствие, доказательство, равносильные уравнения.

## **11 класс**

### *Числа и вычисления*

Натуральные и целые числа. Применение признаков делимости целых чисел, НОД и НОК, остатков по модулю, алгоритма Евклида для решения задач в целых числах.

Комплексные числа. Алгебраическая и тригонометрическая формы записи комплексного числа. Арифметические операции с комплексными числами. Изображение комплексных чисел на координатной плоскости. Формула Муавра. Корни  $n$ -ой степени из комплексного числа. Применение комплексных чисел для решения физических и геометрических задач.





## ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ УЧЕБНОГО КУРСА (ПО ГОДАМ ОБУЧЕНИЯ)

### 10 класс (не менее 140 часов)

<p>Название раздела (темы) (количество часов)</p>	<p>Основное содержание раздела (темы)</p>	<p>Основные виды деятельности обучающихся</p>
<p>Множество действительных чисел. Многочлены. Рациональные уравнения и неравенства. Системы линейных уравнений (28 ч)</p>	<p>Множество, операции над множествами и их свойства. Диаграммы Эйлера — Венна. Применение теоретико-множественного аппарата для решения задач. Рациональные числа. Обыкновенные и десятичные дроби, проценты, бесконечные периодические дроби. Применение дробей и процентов для решения прикладных задач. Действительные числа. Рациональные и иррациональные числа. Арифметические операции с действительными числами. Модуль действительного числа и его свойства. Приближённые вычисления, правила округления, прикидка и оценка результата вычислений. Основные методы решения целых и дробно-рациональных</p>	<p><b>Использовать</b> теоретико-множественный аппарат для описания хода решения математических задач, а также реальных процессов и явлений. <b>Оперировать понятиями:</b> рациональное число, бесконечная периодическая дробь, проценты; иррациональное и действительное число; модуль действительного числа; <b>использовать</b> эти понятия при проведении рассуждений и доказательств, <b>применять</b> дроби и проценты для решения прикладных задач из различных отраслей знаний и реальной жизни. <b>Использовать</b> приближённые вычисления, правила округления, прикидку и оценку результата вычислений. <b>Применять</b> различные методы решения рациональных и дробно-рациональных уравнений; а также метод интервалов для решения неравенств. <b>Оперировать понятиями</b> многочлен от одной переменной, его корни; <b>применять</b> деление многочлена на многочлен с остатком, теорему Безу и теорему Виета для решения задач. <b>Оперировать понятиями:</b> система линейных уравнений, матрица, определитель матрицы.</p>

Название раздела (темы) (количество часов)	Основное содержание раздела (темы)	Основные виды деятельности обучающихся
	<p>уравнений и неравенств. Многочлены от одной переменной. Деление многочлена на многочлен с остатком. Теорема Безу. Многочлены с целыми коэффициентами. Теорема Виета.</p> <p>Решение систем линейных уравнений. Матрица системы линейных уравнений. Определитель матрицы <math>2 \times 2</math>, его геометрический смысл и свойства; вычисление его значения; применение определителя для решения системы линейных уравнений. Решение прикладных задач с помощью системы линейных уравнений</p>	<p><b>Использовать</b> свойства определителя <math>2 \times 2</math> для вычисления его значения, <b>применять</b> определители для решения системы линейных уравнений.</p> <p><b>Моделировать</b> реальные ситуации с помощью системы линейных уравнений, <b>исследовать</b> построенные модели с помощью матриц и определителей, <b>интерпретировать</b> полученный результат</p>
<p><b>Функции и графика. Степенная функция с целым показателем (12 ч)</b></p>	<p>Функция, способы задания функции. Взаимно обратные функции. Композиция функций. График функции. Элементарные преобразования графиков функций.</p>	<p><b>Оперировать понятиями:</b> функция, способы задания функции; взаимно обратные функции, композиция функций, график функции, область определения и множество значений функции, нули функции, промежутки знакопостоянства; линейная, квадратичная, дробно-линейная и степенная функции.</p>

	<p>Область определения и множество значений функции. Нули функции. Промежутки знакопостоянства. Чётные и нечётные функции. Периодические функции. Промежутки монотонности функции. Максимумы и минимумы функции. Наибольшее и наименьшее значение функции на промежутке. Линейная, квадратичная и дробно-линейная функции. Элементарное исследование и построение графиков этих функций. Степень с целым показателем. Бином Ньютона. Степенная функция с натуральным и целым показателем. Её свойства и график</p>	<p><b>Выполнять</b> элементарные преобразования графиков функций.  <b>Знать и уметь доказывать</b> чётность или нечётность функции, периодичность функции, <b>находить</b> промежутки монотонности функции, максимумы и минимумы функции, наибольшее и наименьшее значение функции на промежутке.  <b>Формулировать и иллюстрировать графически</b> свойства линейной, квадратичной, дробно-линейной и степенной функций.  <b>Выражать формулами</b> зависимости между величинами.  <b>Знать определение и свойства</b> степени с целым показателем; подходящую форму записи действительных чисел для решения практических задач и представления данных</p>
<p><b>Арифметический корень <math>n</math>-ой степени.</b>  <b>Иррациональные уравнения (18 ч)</b></p>	<p>Арифметический корень <math>n</math>-ой степени и его свойства.          Преобразования числовых выражений, содержащих степени и корни.          Иррациональные уравнения. Основные методы решения иррациональных уравнений.</p>	<p><b>Формулировать, записывать в символической форме</b> и использовать свойства корня <math>n</math>-ой степени для преобразования выражений.  <b>Находить решения</b> иррациональных уравнений с помощью равносильных переходов или осуществляя проверку корней.  <b>Строить</b> график функции корня <math>n</math>-ой степени как обратный для функции степени с натуральным показателем</p>

Название раздела (темы) (количество часов)	Основное содержание раздела (темы)	Основные виды деятельности обучающихся
Показательная функция. Показательные уравнения (10 ч)	Равносильные переходы в решении иррациональных уравнений. Свойства и график корня $n$ -ой степени как функции обратной степени с натуральным показателем Степень с рациональным показателем и её свойства. Показательная функция, её свойства и график. Использование графика функции для решения уравнений. Показательные уравнения. Основные методы решения показательных уравнений	<b>Формулировать определение</b> степени с рациональным показателем. Выполнять преобразования числовых выражений, содержащих степени с рациональным показателем. <b>Использовать цифровые ресурсы</b> для построения графика показательной функции и изучения её свойств. <b>Находить решения</b> показательных уравнений
Логарифмическая функция. Логарифмические уравнения (18 ч)	Логарифм числа. Свойства логарифма. Десятичные и натуральные логарифмы. Преобразование выражений, содержащих логарифмы. Логарифмическая функция, её свойства и график. Использование графика функции для решения уравнений.	<b>Давать определение</b> логарифма числа; десятичного и натурального логарифма. <b>Использовать</b> свойства логарифмов для преобразования логарифмических выражений. <b>Строить</b> график логарифмической функции как обратной к показательной и использовать свойства логарифмической функции для решения задач. <b>Находить</b> решения логарифмических уравнений с помощью равносильных переходов или осуществляя проверку корней

	<p>Логарифмические уравнения. Основные методы решения логарифмических уравнений. Равносильные переходы в решении логарифмических уравнений</p>	
<p><b>Тригонометрические выражения и уравнения (22 ч)</b></p>	<p>Синус, косинус, тангенс и котангенс числового аргумента. Арксинус, арккосинус и арктангенс числового аргумента. Тригонометрическая окружность, определение тригонометрических функций числового аргумента. Основные тригонометрические формулы. Преобразование тригонометрических выражений. Решение тригонометрических уравнений</p>	<p><b>Давать определения</b> синуса, косинуса, тангенса и котангенса числового аргумента; а также арксинуса, арккосинуса и арктангенса числа. <b>Применять</b> основные тригонометрические формулы для преобразования тригонометрических выражений. <b>Применять</b> формулы тригонометрии для решения основных типов тригонометрических уравнений</p>
<p><b>Последовательности и прогрессии (10 ч)</b></p>	<p>Последовательности, способы задания последовательностей. Метод математической индукции. Монотонные и ограниченные последовательности. Источники анализа бесконечно малых. Арифметическая и геометрическая прогрессии.</p>	<p><b>Оперировать понятиями:</b> последовательность, способы задания последовательностей; монотонные и ограниченные последовательности; <b>исследовать</b> последовательности на монотонность и ограниченность. <b>Получать представление</b> об основных идеях анализа бесконечно малых. <b>Давать определение</b> арифметической и геометрической прогрессии.</p>

Название раздела (темы) (количество часов)	Основное содержание раздела (темы)	Основные виды деятельности обучающихся
	<p>Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия. Сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии. Линейный и экспоненциальный рост. Число <math>e</math>.</p> <p>Формула сложных процентов. Использование прогрессии для решения реальных задач прикладного характера</p>	<p><b>Доказывать</b> свойства арифметической и геометрической прогрессии, находить сумму членов прогрессии, а также сумму членов бесконечно убывающей геометрической прогрессии.</p> <p><b>Использовать</b> прогрессии для решения задач прикладного характера.</p> <p><b>Применять</b> формулу сложных процентов для решения задач из реальной практики</p>
<p><b>Непрерывные функции.</b> <b>Производная</b> <b>(20 ч)</b></p>	<p>Непрерывные функции и их свойства. Точка разрыва. Асимптоты графиков функций. Свойства функций непрерывных на отрезке. Метод интervalов для решения неравенств. Применение свойств непрерывных функций для решения задач.</p> <p>Первая и вторая производные функций. Определение, геометрический и физический смысл производной. Уравнение касательной к графику функции.</p>	<p><b>Оперировать понятиями:</b> функция непрерывная на отрезке, точка разрыва функции, асимптота графика функции.</p> <p><b>Применять</b> свойства непрерывных функций для решения задач.</p> <p><b>Оперировать понятиями:</b> первая и вторая производные функции; понимать физический и геометрический смысл производной; записывать уравнение касательной.</p> <p><b>Вычислять</b> производные суммы, произведения, частного и сложной функции.</p> <p><b>Изучать</b> производные элементарных функций.</p> <p><b>Использовать</b> геометрический и физический смысл производной для решения задач</p>

	Производные элементарных функций. Производная суммы, произведения, частного и композиции функций	Производные элементарных функций. Производная суммы, произведения, частного и композиции функций
<b>Повторение, обобщение, систематизация знаний (2 ч)</b>	Основные понятия курса алгебры и начал математического анализа 10 класса, обобщение и систематизация знаний	<b>Применять</b> основные понятия курса алгебры и начал математического анализа для решения задач из реальной жизни и других школьных предметов

### 11 класс (не менее 140 часов)

Название раздела (темы) (количество часов)	Основное содержание раздела (темы)	Основные виды деятельности обучающихся
<b>Исследование функций с помощью производной (24 ч)</b>	Применение производной к исследованию функций на монотонность и экстремумы. Нахождение наибольшего и наименьшего значения непрерывной функции на отрезке. Применение производной для нахождения наилучшего решения в прикладных задачах, для определения скорости и ускорения процесса, заданного формулой или графиком.	<b>Строить</b> график композиции функций с помощью элементарного исследования и свойств композиции. <b>Строить</b> геометрические образы уравнений и неравенств на координатной плоскости. <b>Использовать</b> производную для исследования функции на монотонность и экстремумы; <b>находить</b> наибольшее и наименьшее значения функции непрерывной на отрезке; <b>строить</b> графики функций на основе проведённого исследования. <b>Использовать</b> производную для нахождения наилучшего решения в прикладных, в том числе социально-экономических, задачах, для определения скорости и ускорения процесса, заданного формулой или графиком.



Название раздела (темы) (количество часов)	Основное содержание раздела (темы)	Основные виды деятельности обучающихся
Первообразная и интеграл (12 ч)	<p>Первообразная, основное свойство первообразных. Первообразные элементарных функций. Правила нахождения первообразных. Интеграл. Геометрический смысл интеграла. Вычисление определённого интеграла по формуле Ньютона — Лейбница. Применение интеграла для нахождения площадей плоских фигур и объёмов геометрических тел. Примеры решений дифференциальных уравнений. Математическое моделирование реальных процессов с помощью дифференциальных уравнений</p>	<p>Получать представление о применении производной в различных отраслях знаний</p> <p><b>Оперировать понятиями:</b> первообразная и определённый интеграл. <b>Находить</b> первообразные элементарных функций и вычислять интеграл по формуле Ньютона — Лейбница. <b>Находить</b> площади плоских фигур и объёмы тел с помощью определённого интеграла. <b>Знакомиться</b> с математическим моделированием на примере дифференциальных уравнений. <b>Получать представление</b> о значении введения понятия интеграла в развитии математики</p>

<p><b>Графики тригонометрических функций. Тригонометрические неравенства (16 ч)</b></p>	<p>Тригонометрические функции, их свойства и графики. Отбор корней тригонометрических уравнений с помощью тригонометрической окружности. Решение тригонометрических неравенств</p>	<p><b>Использовать цифровые ресурсы</b> для построения графиков тригонометрических функций и изучения их свойств. <b>Решать</b> тригонометрические уравнения и осуществлять отбор корней с помощью тригонометрической окружности. <b>Применять</b> формулы тригонометрии для решения основных типов тригонометрических неравенств. <b>Использовать цифровые ресурсы</b> для построения и исследования графиков функций</p>
<p><b>Иррациональные, показательные и логарифмические неравенства (24 ч)</b></p>	<p>Основные методы решения показательных и логарифмических неравенств. Основные методы решения иррациональных неравенств. Графические методы решения иррациональных, показательных и логарифмических уравнений и неравенств</p>	<p><b>Применять</b> свойства показательной и логарифмической функций к решению показательных и логарифмических неравенств. <b>Обосновать</b> равносильность переходов. <b>Решать</b> иррациональные и комбинированные неравенства, с помощью равносильных переходов. <b>Использовать</b> графические методы и свойства входящих в уравнение или неравенство функций для решения задачи</p>
<p><b>Комплексные числа (10 ч)</b></p>	<p>Комплексные числа. Алгебраическая и тригонометрическая формы записи комплексного числа. Арифметические операции с комплексными числами. Изображение комплексных чисел на координатной плоскости.</p>	<p><b>Оперировать понятиями:</b> комплексное число и множество комплексных чисел. <b>Представлять</b> комплексные числа в алгебраической и тригонометрической форме. <b>Выполнять</b> арифметические операции с ними. <b>Изображать</b> комплексные числа на координатной плоскости. <b>Применять</b> формулу Муавра и получать представление о корнях <math>n</math>-ой степени из комплексного числа.</p>

Название раздела (темы) (количество часов)	Основное содержание раздела (темы)	Основные виды деятельности обучающихся
	<p>Формула Муавра. Корни <math>n</math>-ой степени из комплексного числа.</p> <p>Применение комплексных чисел для решения физических и геометрических задач</p>	<p><b>Знакомиться</b> с примерами применения комплексных чисел для решения геометрических и физических задач</p>
<p><b>Натуральные и целые числа (10 ч)</b></p>	<p>Натуральные и целые числа.</p> <p>Применение признаков делимости целых чисел, НОД и НОК, остатков по модулю, алгоритма Евклида для решения задач в целых числах</p>	<p><b>Оперировать понятиями:</b> натуральное и целое число, множество натуральных и целых чисел.</p> <p><b>Использовать признаки</b> делимости целых чисел; остатки по модулю; НОД и НОК натуральных чисел; алгоритм Евклида для решения задач.</p> <p><b>Записывать</b> натуральные числа в различных позиционных системах счисления</p>
<p><b>Системы рациональных, иррациональных показательных и логарифмических уравнений (12 ч)</b></p>	<p>Система и совокупность уравнений.</p> <p>Равносильные системы и системы-следствия.</p> <p>Основные методы решения систем и совокупностей рациональных, иррациональных, показательных и логарифмических уравнений.</p> <p>Применение уравнений, систем и равенств к решению</p>	<p><b>Оперировать понятиями:</b> система и совокупность уравнений и равенств; решение системы или совокупности; равносильные системы и системы-следствия.</p> <p><b>Находить</b> решения систем и совокупностей целых рациональных, иррациональных, показательных и логарифмических уравнений и равенств.</p> <p><b>Применять</b> системы уравнений к решению текстовых задач из различных областей знаний и реальной жизни; <b>интерпретировать</b> полученные решения.</p> <p><b>Использовать цифровые ресурсы</b></p>

	<p>математических задач и задач из различных областей науки и реальной жизни, интерпретация полученных результатов</p>	
<p><b>Задачи с параметрами (16 ч)</b></p>	<p>Рациональные, иррациональные, показательные, логарифмические и тригонометрические уравнения, неравенства и системы с параметрами. Построение и исследование математических моделей реальных ситуаций с помощью уравнений, систем уравнений и неравенств с параметрами</p>	<p><b>Выбирать</b> способ решения рациональных, иррациональных, показательных, логарифмических и тригонометрических уравнений и неравенств, содержащих модули и параметры. <b>Применять</b> графические и аналитические методы для решения уравнений и неравенств с параметрами, а также исследование функций методами математического анализа. <b>Строить и исследовать</b> математические модели реальных ситуаций с помощью уравнений, неравенств и систем с параметрами</p>
<p><b>Повторение, обобщение, систематизация знаний (16 ч)</b></p>	<p>Основные понятия и методы курса, обобщение и систематизация знаний</p>	<p><b>Моделировать</b> реальные ситуации на языке алгебры, составлять выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи, <b>исследовать</b> построенные модели с использованием аппарата алгебры, <b>интерпретировать</b> полученный результат. <b>Применять</b> функции для моделирования и исследования реальных процессов. <b>Решать</b> прикладные задачи, в том числе социально-экономического и физического характера, средствами алгебры и математического анализа</p>

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОГО КУРСА «ГЕОМЕТРИЯ»

---

### ЦЕЛИ ИЗУЧЕНИЯ УЧЕБНОГО КУРСА

Геометрия является одним из базовых курсов на уровне среднего общего образования, так как обеспечивает возможность изучения дисциплин естественнонаучной направленности и предметов гуманитарного цикла. Поскольку логическое мышление, формируемое при изучении обучающимися понятийных основ геометрии, при доказательстве теорем и построении цепочки логических утверждений при решении геометрических задач, умение выдвигать и опровергать гипотезы непосредственно используются при решении задач естественнонаучного цикла, в частности физических задач.

Цель освоения программы учебного курса «Геометрия» на углублённом уровне — развитие индивидуальных способностей обучающихся при изучении геометрии, как составляющей предметной области «Математика и информатика» через обеспечение возможности приобретения и использования более глубоких геометрических знаний и действий, специфичных геометрии, и необходимых для успешного профессионального образования, связанного с использованием математики.

Приоритетными задачами курса геометрии на углублённом уровне, расширяющими и усиливающими курс базового уровня, являются:

- расширение представления о геометрии как части мировой культуры и формирование осознания взаимосвязи геометрии с окружающим миром;
- формирование представления о пространственных фигурах как о важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные явления окружающего мира; знание понятийного аппарата по разделу «Стереометрия» школьного курса геометрии;
- формирование умения владеть основными понятиями о пространственных фигурах и их основными свойствами; знание теорем, формул и умение их применять; умения доказывать теоремы и находить нестандартные способы решения задач;
- формирование умения распознавать на чертежах, моделях и в реальном мире многогранники и тела вращения; конструировать геометрические модели;

- формирование понимания возможности аксиоматического построения математических теорий; формирование понимания роли аксиоматики при проведении рассуждений;
- формирование умения владеть методами доказательств и алгоритмов решения; умения их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения стереометрических задач и задач с практическим содержанием; формирование представления о необходимости доказательств при обосновании математических утверждений и роли аксиоматики в проведении дедуктивных рассуждений;
- развитие и совершенствование интеллектуальных и творческих способностей обучающихся, познавательной активности, исследовательских умений, критичности мышления, интереса к изучению геометрии;
- формирование функциональной грамотности, релевантной геометрии: умения распознавать проявления геометрических понятий, объектов и закономерностей в реальных жизненных ситуациях и при изучении других учебных предметов, проявления зависимостей и закономерностей, моделирования реальных ситуаций, исследования построенных моделей, интерпретации полученных результатов.

Основные содержательные линии курса «Геометрии» в 10—11 классах: «Прямые и плоскости в пространстве», «Многогранники», «Тела вращения», «Векторы и координаты в пространстве», «Движения в пространстве».

Сформулированное в Федеральном государственном образовательном стандарте среднего общего образования требование «уметь оперировать понятиями», релевантных геометрии на углублённом уровне обучения в 10—11 классах, относится ко всем содержательным линиям учебного курса, а формирование логических умений распределяется не только по содержательным линиям, но и по годам обучения. Содержание образования, соответствующее предметным результатам освоения Примерной рабочей программы, распределённым по годам обучения, структурировано таким образом, чтобы ко всем основным, принципиальным вопросам обучающиеся обращались неоднократно. Это позволяет организовать овладение геометрическими понятиями и навыками последовательно и поступательно, с соблюдением принципа преемственности, а новые знания включать в общую систему геометрических представлений обучающихся, расширяя и углубляя её, образуя прочные множественные связи.

Переход к изучению геометрии на углублённом уровне позволяет:

— создать условия для дифференциации обучения, построения индивидуальных образовательных программ; обеспечить углублённое изучение геометрии как составляющей учебного предмета «Математика»;

— подготовить обучающихся к продолжению изучения математики с учётом выбора будущей профессии, обеспечивая преемственность между общим и профессиональным образованием.

## **МЕСТО УЧЕБНОГО КУРСА В УЧЕБНОМ ПЛАНЕ**

В учебном плане на изучение углублённого курса геометрии в 10—11 классах отводится не менее 3 учебных часов в неделю в течение каждого года обучения, всего за два года обучения — не менее 210 учебных часов.

## **ПЛАНИРУЕМЫЕ ПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ (ПО ГОДАМ ОБУЧЕНИЯ)**

Освоение учебного курса «Геометрия» на уровне среднего общего образования должно обеспечивать достижение следующих предметных образовательных результатов:

### **10 класс**

- Свободно оперировать основными понятиями стереометрии при решении задач и проведении математических рассуждений.
- Применять аксиомы стереометрии и следствия из них при решении геометрических задач.
- Классифицировать взаимное расположение прямых в пространстве; плоскостей в пространстве; прямых и плоскостей в пространстве.
- Свободно оперировать понятиями, связанными с углами в пространстве: между прямыми в пространстве; между прямой и плоскостью.
- Свободно оперировать понятиями, связанными с многогранниками.
- Свободно распознавать основные виды многогранников (призма, пирамида, прямоугольный параллелепипед, куб).
- Классифицировать многогранники, выбирая основания для классификации.
- Свободно оперировать понятиями, связанными с сечением многогранников плоскостью.

- Выполнять параллельное, центральное и ортогональное проектирование фигур на плоскость; выполнять изображения фигур на плоскости.
- Строить сечения многогранников различными методами, выполнять (выносные) плоские чертежи из рисунков простых объёмных фигур: вид сверху, сбоку, снизу.
- Вычислять площади поверхностей многогранников (призма, пирамида), геометрических тел с применением формул.
- Свободно оперировать понятиями: симметрия в пространстве; центр, ось и плоскость симметрии; центр, ось и плоскость симметрии фигуры.
- Свободно оперировать понятиями, соответствующими векторам и координатам в пространстве.
- Выполнять действия над векторами.
- Решать задачи на доказательство математических отношений и нахождение геометрических величин, применяя известные методы при решении математических задач повышенного и высокого уровня сложности.
- Применять простейшие программные средства и электронно-коммуникационные системы при решении стереометрических задач.
- Извлекать, преобразовывать и интерпретировать информацию о пространственных геометрических фигурах, представленную на чертежах и рисунках.
- Применять полученные знания на практике: сравнивать и анализировать реальные ситуации, применять изученные понятия в процессе поиска решения математически сформулированной проблемы, моделировать реальные ситуации на языке геометрии, исследовать построенные модели с использованием геометрических понятий и теорем, аппарата алгебры; решать практические задачи, связанные с нахождением геометрических величин.
- Иметь представления об основных этапах развития геометрии как составной части фундамента развития технологий.

## **11 класс**

- Свободно оперировать понятиями, связанными с цилиндрической, конической и сферической поверхностями; объяснять способы получения.
- Оперировать понятиями, связанными с телами вращения: цилиндром, конусом, сферой и шаром.
- Распознавать тела вращения (цилиндр, конус, сфера и шар) и объяснять способы получения тел вращения.



- Классифицировать взаимное расположение сферы и плоскости.
- Вычислять величины элементов многогранников и тел вращения; объёмы и площади поверхностей многогранников и тел вращения, геометрических тел с применением формул.
- Свободно оперировать понятиями, связанными с комбинациями тел вращения и многогранников: многогранник, вписанный в сферу и описанный около сферы; сфера, вписанная в многогранник или тело вращения.
- Вычислять соотношения между площадями поверхностей и объёмами подобных тел.
- Изображать изучаемые фигуры; выполнять (выносные) плоские чертежи из рисунков простых объёмных фигур: вид сверху, сбоку, снизу; строить сечения тел вращения.
- Извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию о пространственных геометрических фигурах, представленную на чертежах и рисунках.
- Свободно оперировать понятием вектор в пространстве.
- Выполнять операции над векторами.
- Задавать плоскость уравнением в декартовой системе координат.
- Решать геометрические задачи на вычисление углов между прямыми и плоскостями; вычисление расстояний от точки до плоскости; в целом, на применение векторно-координатного метода при решении.
- Свободно оперировать понятиями, связанными с движением в пространстве; знать свойства движений.
- Выполнять изображения многогранником и тел вращения при параллельном переносе, центральной симметрии, зеркальной симметрии, при повороте вокруг прямой; преобразования подобия.
- Строить сечения многогранников и тел вращения: сечения цилиндра (параллельно и перпендикулярно оси), сечения конуса (параллельное основанию и проходящее через вершину), сечения шара.
- Использовать методы построения сечений: метод следов, метод внутреннего проектирования, метод переноса секущей плоскости.
- Доказывать геометрические утверждения.
- Применять геометрические факты для решения стереометрических задач, предполагающих несколько шагов решения, если условия применения заданы в явной и неявной форме.

- Решать задачи на доказательство математических отношений и нахождение геометрических величин.
- Применять программные средства и электронно-коммуникационные системы при решении стереометрических задач.
- Применять полученные знания на практике: сравнивать, анализировать и оценивать реальные ситуации; применять изученные понятия, теоремы, свойства в процессе поиска решения математически сформулированной проблемы, моделировать реальные ситуации на языке геометрии, исследовать построенные модели с использованием геометрических понятий и теорем, аппарата алгебры; решать практические задачи, связанные с нахождением геометрических величин.
- Иметь представления об основных этапах развития геометрии как составной части фундамента развития технологий.

## СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО КУРСА (ПО ГОДАМ ОБУЧЕНИЯ)

### 10 класс

#### *Прямые и плоскости в пространстве*

Основные понятия стереометрии. Точка, прямая, плоскость, пространство. Понятие об аксиоматическом построении стереометрии: аксиомы стереометрии и следствия из них.

Взаимное расположение прямых в пространстве: пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые. Признаки скрещивающихся прямых. Параллельность прямых и плоскостей в пространстве: параллельные прямые в пространстве; параллельность трёх прямых; параллельность прямой и плоскости. Параллельное и центральное проектирование, изображение фигур. Основные свойства параллельного проектирования. Изображение фигур в параллельной проекции. Углы с сонаправленными сторонами; угол между прямыми в пространстве. Параллельность плоскостей: параллельные плоскости; свойства параллельных плоскостей. Простейшие пространственные фигуры на плоскости: тетраэдр, параллелепипед; построение сечений.

Перпендикулярность прямой и плоскости: перпендикулярные прямые в пространстве, прямые параллельные и перпендикулярные к плоскости, признак перпендикулярности прямой и плоскости, теорема о прямой перпендикулярной плоскости. Ортогональное проектирование. Перпендикуляр и наклонные: расстояние от точки до плоскости, расстояние от прямой до плоскости, проекция фигуры на плоскость. Перпендикулярность плоскостей: признак перпендикулярности двух плоскостей. Теорема о трёх перпендикулярах.

Углы в пространстве: угол между прямой и плоскостью; двугранный угол, линейный угол двугранного угла. Трёхгранный и многогранные углы. Свойства плоских углов многогранного угла. Свойства плоских и двугранных углов трёхгранного угла. Теоремы косинусов и синусов для трёхгранного угла.

### ***Многогранники***

Виды многогранников; развёртка многогранника. Призма:  $n$ -угольная призма; прямая и наклонная призмы; боковая и полная поверхность призмы. Параллелепипед, прямоугольный параллелепипед и его свойства. Кратчайшие пути на поверхности многогранника. Теорема Эйлера. Пространственная теорема Пифагора. Пирамида:  $n$ -угольная пирамида; правильная и усечённая пирамиды. Свойства рёбер и боковых граней правильной пирамиды. Правильные многогранники: правильная призма и правильная пирамида; правильная треугольная пирамида и правильный тетраэдр; куб. Представление о правильных многогранниках: октаэдр, додекаэдр и икосаэдр.

Вычисление элементов многогранников: рёбра, диагонали, углы. Площадь боковой поверхности и полной поверхности прямой призмы, площадь оснований, теорема о боковой поверхности прямой призмы. Площадь боковой поверхности и поверхности правильной пирамиды, теорема о площади усечённой пирамиды.

Симметрия в пространстве. Элементы симметрии правильных многогранников. Симметрия в правильном многограннике: симметрия параллелепипеда, симметрия правильных призм, симметрия правильной пирамиды.

### ***Векторы и координаты в пространстве***

Понятия: вектор в пространстве; нулевой вектор, длина ненулевого вектора; векторы коллинеарные, сонаправленные и противоположно направленные векторы. Равенство векторов. Действия с векторами: сложение и вычитание векторов; сумма нескольких векторов; умножение вектора на число. Свойства сложения векторов. Свойства умножения вектора на число. Понятие компланарные векторы. Признак компланарности трёх векторов. Правило параллелепипеда. Теорема о разложении вектора по трём некомпланарным векторам. Прямоугольная система координат в пространстве. Координаты вектора. Связь между координатами вектора и координатами точек. Угол между векторами. Скалярное произведение векторов.

## 11 класс

### *Тела вращения*

Понятия: цилиндрическая поверхность, коническая поверхность, сферическая поверхность, образующие поверхностей. Тела вращения: цилиндр, конус, усечённый конус, сфера, шар. Взаимное расположение сферы и плоскости; касательная плоскость к сфере. Изображение тел вращения на плоскости. Развёртка цилиндра и конуса. Симметрия сферы и шара.

Объём. Основные свойства объёмов тел. Теорема об объёме прямоугольного параллелепипеда и следствия из неё. Объём прямой и наклонной призмы, цилиндра, пирамиды и конуса. Объём шара и шарового сегмента.

Комбинации тел вращения и многогранников. Призма, вписанная в цилиндр, описанная около цилиндра. Пересечение сферы и шара с плоскостью. Касание шара и сферы плоскостью. Понятие многогранника, описанного около сферы, сферы, вписанной в многогранник или тело вращения.

Площадь поверхности цилиндра, конуса; площадь сферы и её частей.

Подобие в пространстве. Отношение объёмов, площадей поверхностей подобных фигур. Преобразование подобия, гомотетия. Решение задач на плоскости с использованием стереометрических методов.

Построение сечений многогранников и тел вращения: сечения цилиндра (параллельно и перпендикулярно оси), сечения конуса (параллельное основанию и проходящее через вершину), сечения шара; методы построения сечений: метод следов, метод внутреннего проектирования, метод переноса секущей плоскости.

### *Векторы и координаты в пространстве*

Векторы в пространстве. Операции над векторами. Векторное умножение векторов. Свойства векторного умножения. Прямоугольная система координат в пространстве. Координаты вектора. Разложение вектора по базису. Координатно-векторный метод при решении геометрических задач.

### *Движения в пространстве*

Движения пространства. Отображения. Движения и равенство фигур. Общие свойства движений. Виды движений: параллельный перенос, центральная симметрия, зеркальная симметрия, поворот вокруг прямой. Преобразования подобия. Прямая и сфера Эйлера.

## ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ УЧЕБНОГО КУРСА (ПО ГОДАМ ОБУЧЕНИЯ)

### 10 класс (не менее 105 часов)

<p>Название раздела (темы) курса (количество часов)</p>	<p>Основное содержание</p>	<p>Основные виды деятельности учащихся</p>
<p><b>Введение в стереометрию (24 ч)</b></p>	<p>Основные пространственные фигуры. Понятия стереометрии: точка, прямая, плоскость, пространство. Основные правила изображения на рисунке плоскости, параллельных прямых (отрезков), середины отрезка. Понятия: пересекающиеся плоскости, пересекающиеся прямая и плоскость; полупространство. Многогранники, изображение простейших пространственных фигур, несуществующих объектов. Аксиомы стереометрии и первые следствия из них. Способы задания прямых и плоскостей в пространстве. Обозначения прямых и плоскостей. Сечения. Изображение сечений пирамиды, куба и призмы, кото-</p>	<p><b>Определять</b> плоскость как фигуру, в которой выполняется планиметрия. <b>Делать простейшие логические выводы</b> из аксиоматики плоскости. <b>Приводить примеры</b> реальных объектов, идеализацией которых являются аксиомы геометрии. <b>Изучать, применять</b> принципы построения сечений. <b>Использовать</b> для построения сечений метод следов, метод внутреннего проектирования, метод переноса секущей плоскости. <b>Решать</b> стереометрические задачи: на определение вида сечения и нахождение его площади. <b>Актуализировать</b> факты и методы планиметрии, релевантные теме, проводить аналогии. <b>Использовать</b> при решении задач следующие планиметрические факты и методы: Теоремы Фалеса и о пропорциональных отрезках. Алгоритм деления отрезка на <math>n</math> равных частей. Теорема Менелая. Равнобедренный треугольник. Равносторонний треугольник. Прямоугольный треугольник.</p>

	<p>рые проходят через их рёбра. Изображение пересечения полученных плоскостей. Раскрашивание построенных сечений разными цветами.</p> <p>Метод следов для построения сечений. Свойства пересечений прямых и плоскостей. Построение сечений в пирамиде, кубе по трём точкам на рёбрах. Создание выносных чертежей и запись шагов построения.</p> <p>Повторение планиметрии. Теорема о пропорциональных отрезках. Подобие треугольников. Теорема Менелая. Расчёты в сечениях на выносных чертежах. История развития планиметрии и стереометрии</p>	<p>Свойство средней линии треугольника. Свойство биссектрисы угла треугольника. Свойство медиан треугольника.</p> <p>Признаки подобия треугольников.</p> <p><b>Получать представления</b> об основных этапах развития геометрии как составной части фундамента развития технологий</p>
<p><b>Взаимное расположение прямых в пространстве (6 ч)</b></p>	<p>Взаимное расположение прямых в пространстве. Скрещивающиеся прямые. Признаки скрещивающихся прямых.</p> <p>Параллельные прямые в пространстве. Теорема о существовании и единственности прямой параллельной данной прямой, проходящей через точку пространства и не лежащей на данной прямой.</p>	<p><b>Классифицировать</b> взаимное расположение прямых в пространстве, иллюстрируя рисунками и приводя примеры из реальной жизни.</p> <p><b>Доказывать</b> теорему о существовании и единственности параллельной прямой, проходящей через точку пространства и не лежащей на другой прямой; лемму о пересечении плоскости двумя параллельными прямыми; теорему о трёх параллельных прямых.</p> <p><b>Доказывать</b> признак скрещивающихся прямых, теорему о скрещивающихся прямых.</p>

Название раздела (темы) курса (количество часов)	Основное содержание	Основные виды деятельности учащихся
	<p>Лемма о пересечении параллельных прямых плоскостью. Параллельность трёх прямых. Теорема о трёх параллельных прямых. Теорема о скрещивающихся прямых.</p> <p>Параллельное проектирование. Основные свойства параллельного проектирования. Изображение разных фигур в параллельной проекции.</p> <p>Центральная проекция. Угол с сонаправленными сторонами. Угол между прямыми. Задачи на доказательство и исследование, связанные с расположением прямых в пространстве</p>	<p><b>Доказывать</b> теорему о равенстве углов с сонаправленными сторонами.</p> <p><b>Объяснять</b>, что называется параллельным и центральным проектированием и как выполняется проектирование фигур на плоскость.</p> <p><b>Доказывать</b> свойства параллельного проектирования.</p> <p><b>Изображать</b> в параллельной проекции разные геометрические фигуры.</p> <p><b>Решать</b> стереометрические задачи на доказательство и исследование, связанные с расположением прямых в пространстве.</p> <p><b>Проводить</b> доказательные рассуждения при решении геометрических задач, связанных со взаимным расположением прямых в пространстве.</p> <p><b>Сравнивать, анализировать и оценивать</b> утверждения с целью выявления логически корректных и некорректных рассуждений.</p> <p><b>Моделировать</b> реальные ситуации, связанные со взаимным расположением прямых в пространстве, на языке геометрии.</p> <p><b>Исследовать</b> построенные модели с использованием геометрических понятий и теорем, аппарата алгебры, цифровых ресурсов.</p>

<p><b>Параллельность прямых и плоскостей в пространстве (8 ч)</b></p>	<p>Понятия: параллельность прямой и плоскости в пространстве. Признак параллельности прямой и плоскости. Свойства параллельности прямой и плоскости. Геометрические задачи на вычисление и доказательство, связанные с параллельностью прямых и плоскостей в пространстве. Построение сечения, проходящего через данную прямую на чертеже и параллельного другой прямой. Расчёт отношений. Параллельная проекция, применение для построения сечений куба и параллелепипеда. Свойства параллелепипеда и призмы. Параллельные плоскости. Признаки параллельности двух плоскостей. Теорема о параллельности и единственности плоскости, проходящей через точку, не принадлежащую данной плоскости и следствия из неё.</p>	<p><b>Получать представление</b> о центральном проектировании и об истории работ по теории перспективы</p>
		<p><b>Классифицировать</b> взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве, приводя соответствующие примеры из реальной жизни. <b>Формулировать</b> определение параллельных прямой и плоскости. <b>Доказывать</b> признак о параллельности прямой и плоскости; свойства параллельности прямой и плоскости. <b>Решать</b> стереометрические задачи вычисления и доказательство, связанные с параллельностью прямых и плоскостей в пространстве. <b>Решать</b> практические задачи на построение сечений на чертежах тетраэдра и параллелепипеда. <b>Решать</b> стереометрические задачи, связанные с построением сечений плоскостью. <b>Проводить</b> логически корректные доказательные рассуждения при решении геометрических задач связанных с параллельностью плоскостей. <b>Сравнивать и анализировать</b> реальные ситуации, связанные с параллельностью прямой и плоскости в пространстве; <b>моделировать</b> реальные ситуации, связанные с параллельностью прямой и плоскости в пространстве, на языке геометрии</p>



Название раздела (темы) курса (количество часов)	Основное содержание	Основные виды деятельности учащихся
Перпендикулярность прямых и плоскостей в пространстве (26 ч)	<p>Свойства параллельных плоскостей: о параллельности прямых пересечения при пересечении двух параллельных плоскостей третьей; об отрезках параллельных прямых, заключённых между параллельными плоскостями; о пересечении прямой с двумя параллельными плоскостями</p> <p>Повторение: теорема Пифагора на плоскости, тригонометрия прямоуглольного треугольника. Свойства куба и прямоугольного параллелепипеда. Вычисление длин отрезков в кубе и прямоугольном параллелепипеде. Перпендикулярность прямой и плоскости. Признак перпендикулярности прямой и плоскости. Теорема о существовании и единственности прямой, проходящей через точку пространства и перпендикулярной к плоскости. Плоскости и перпендикулярные им прямая в многогранниках.</p>	<p>Актуализировать факты и методы планиметрии, релевантные теме, проводить аналогии.</p> <p><b>Формулировать определения:</b> перпендикулярных прямых в пространстве; определение прямой, перпендикулярной к плоскости.</p> <p><b>Доказывать:</b> лемму о перпендикулярности двух параллельных прямых к третьей прямой; теоремы о связи между параллельностью прямых и их перпендикулярностью к плоскости.</p> <p><b>Доказывать:</b> теорему, выражающую признак перпендикулярности прямой и плоскости; теорему о существовании и единственности прямой, проходящей через данную точку и перпендикулярной к данной плоскости.</p> <p><b>Изображать</b> взаимно перпендикулярные прямую и плоскость.</p>

<p>Перпендикуляр и наклонная.  Построение перпендикуляра из точки на прямую.  Теорема о трёх перпендикулярах (прямая и обратная).  Угол между скрещивающимися прямыми. Поиск перпендикулярных прямых с помощью перпендикулярных плоскостей  Ортогональное проектирование.  Построение сечений куба, призмы, правильной пирамиды с помощью ортогональной проекции.  Симметрия в пространстве относительно плоскости. Плоскости симметрий в многогранниках.  Признак перпендикулярности прямой и плоскости как следствие симметрии. Правильные многогранники  Расчёт расстояний от точки до плоскости. Способы опустить перпендикуляры: симметрия, сдвиг точки по параллельной прямой.  Сдвиг по непараллельной прямой, изменение расстояний</p>	<p><b>Формулировать</b> свойство перпендикуляра по отношению к плоскости.  <b>Получать представление</b> о значении перпендикуляра для других областей науки (физика, энергетика, лазерные технологии), в реальной жизни (техника, окружающая обстановка).  <b>Доказывать</b> утверждения, связанные с проекцией прямой на плоскость, неперпендикулярную к этой прямой.  <b>Доказывать</b> теорему о трёх перпендикулярах и теорему обратную теореме о трёх перпендикулярах.  <b>Получать представление</b> об ортогональном проектировании.  <b>Доказывать</b> теорему о проекции точки на прямую.  <b>Решать</b> стереометрические задачи, связанные с перпендикулярностью прямой и плоскости.  <b>Решать</b> прикладные задачи, связанные с нахождением геометрических величин.  <b>Решать</b> стереометрические задачи, связанные с применением теоремы о трёх перпендикулярах, нахождением расстояний, построением проекций.  <b>Сравнивать и анализировать</b> утверждения с целью выявления логически корректных и некорректных рассуждений.  <b>Анализировать и моделировать</b> на языке геометрии реальные ситуации, связанные с перпендикулярностью прямой и плоскости; <b>исследовать</b> построенные модели, в том числе и с использованием аппарата алгебры</p>
--	---

Название раздела (темы) курса (количество часов)	Основное содержание	Основные виды деятельности учащихся
Углы и расстояния (16 ч)	<p>Повторение: угол между прямыми на плоскости, тригонометрия в произвольном треугольнике, теорема косинусов.</p> <p>Повторение: угол между скрещивающимися прямыми в пространных углах. Геометрические методы вычисления угла между прямыми в многогранниках.</p> <p>Двугранный угол. Свойство линейных углов двугранного угла. Перпендикулярные плоскости.</p> <p>Свойства взаимно перпендикулярных плоскостей. Признак перпендикулярности плоскостей; теорема о прямой пересечения двух плоскостей перпендикулярных третьей плоскости.</p> <p>Прямоугольный параллелепипед; куб; измерения, свойства прямоугольного параллелепипеда. Теорема о диагонали прямоугольного параллелепипеда и следствие из неё.</p>	<p><b>Актуализировать</b> факты и методы планиметрии, релевантные теме, проводить аналогии.</p> <p><b>Формулировать</b> определение двугранного угла.</p> <p><b>Доказывать</b> свойство равенства всех линейных углов двугранного угла.</p> <p><b>Классифицировать</b> двугранные углы в зависимости от их градусной меры.</p> <p><b>Формулировать</b> определение взаимно перпендикулярных плоскостей.</p> <p><b>Доказывать</b> теорему о признаке перпендикулярности двух плоскостей.</p> <p><b>Формулировать</b> следствие (из признака) о перпендикулярности плоскости, которая перпендикулярна прямой, по которой пересекаются две плоскости, эти плоскостям.</p> <p><b>Доказывать</b> утверждение о его свойствах; теорему и следствие из неё о диагоналях прямоугольного параллелепипеда.</p> <p><b>Решать</b> стереометрические задачи, связанные с перпендикулярностью прямых и плоскостей, используя планиметрические факты и методы.</p> <p><b>Проводить</b> логически корректные доказательные рассуждения при решении геометрических задач, связанных с перпендикулярностью плоскостей.</p>

	<p>Стереометрические и прикладные задачи, связанные со взаимным расположением прямых и плоскостей.</p> <p>Повторение: скрещивающиеся прямые, параллельные плоскости в стандартных многогранниках.</p> <p>Пара параллельных плоскостей на скрещивающихся прямых, расстояние между скрещивающимися прямыми в простых ситуациях.</p> <p>Опускание перпендикуляров, вычисление расстояний от точки до точки; прямой; плоскости.</p> <p>Вычисление расстояний между скрещивающимися прямыми с помощью перпендикулярной плоскости.</p> <p>Трёхгранный угол, неравенства для трёхгранных углов.</p> <p>Теорема Пифагора, теоремы косинусов и синусов для трёхгранного угла. Элементы сферической геометрии: геодезические линии на Земле</p>	<p><b>Анализировать и моделировать</b> на языке геометрии реальные ситуации, связанные с перпендикулярностью прямых и плоскостей.</p> <p><b>Исследовать</b> построенные модели, в том числе и с использованием аппарата алгебры.</p> <p><b>Решать</b> прикладные задачи, связанные с нахождением геометрических величин</p>
<p><b>Многогранники (7 ч)</b></p>	<p>Систематизация знаний: Многогранник и его элементы. Пирамида. Виды пирамид. Правильная пирамида.</p>	<p><b>Работать</b> с учебником: задавать вопросы, делать замечания, комментарии.</p> <p><b>Анализировать</b> решение задачи.</p>

Название раздела (темы) курса (количество часов)	Основное содержание	Основные виды деятельности учащихся
<b>Векторы в пространстве (13 ч)</b>	<p>Призма. Прямая и наклонная призмы. Правильная призма. Прямой параллелепипед, прямоугольный параллелепипед, куб. Выпуклые многогранники. Теорема Эйлера. Правильные и полуправильные многогранники</p>	<p><b>Рисовать</b> выпуклые многогранники с заданными свойствами; восстанавливать общий вид выпуклого многогранника по двум его проекциям. Доказывать свойства выпуклого многогранника. <b>Рисовать</b> выпуклые многогранники с разной Эйлеровой характеристикой; <b>исследовать</b> возможности получения результата при варьировании данных. <b>Доказывать</b> свойства правильных многогранников. <b>Планировать</b> построение правильных многогранников на поверхностях других правильных многогранников</p> <p><b>Актуализировать</b> факты и методы планиметрии, релевантные теме, проводить аналогии. <b>Оперировать понятиями:</b> вектор на плоскости и в пространстве; компланарные векторы. Приводить примеры физических векторных величин. <b>Осваивать</b> правила выполнения действий сложения и вычитания векторов, умножения вектора на число. <b>Доказывать</b> признак компланарности трёх векторов. <b>Доказывать</b> теорему о разложении любого вектора по трём данным некопланарным векторам.</p>

<p><b>Движения</b> (5 ч)</p>	<p>Движения пространства. Отображения. Движения и равенство фигур. Общие свойства движений. Виды движений: параллельный перенос, центральная симметрия, зеркальная симметрия, поворот вокруг прямой. Преобразования подобия. Прямая и сфера Эйлера. Геометрические задачи на применение движения</p>	<p><b>Применять</b> правила выполнения действий сложения и вычитания векторов, умножения вектора на число при решении задач.</p> <p><b>Находить</b> координаты вектора в данном базисе и строить вектор по его координатам.</p> <p><b>Вспомнить</b> определение скалярного умножения и его свойства. Вычислять с помощью скалярного умножения длины векторов, углы между ними, устанавливать перпендикулярность векторов.</p> <p><b>Анализировать</b> и <b>моделировать</b> на языке геометрии реальные ситуации, связанные с физическими векторными величинами.</p> <p><b>Использовать</b> при решении задач, связанных с векторами в пространстве, планиметрические факты и методы.</p> <p><b>Свободно оперировать понятиями:</b> отображение пространства на себя, движение пространства; центральная, осевая и зеркальная симметрия, параллельный перенос; равенство и подобие фигур.</p> <p><b>Доказывать</b> утверждения о том, что центральная, осевая и зеркальная симметрии, параллельный перенос являются движениями. <b>Выполнять</b> преобразования подобия.</p> <p><b>Оперировать понятиями:</b> прямая и сфера Эйлера.</p> <p><b>Решать</b> геометрические задачи с использованием движений.</p> <p><b>Использовать</b> при решении задач движения пространства и их свойства.</p>
----------------------------------	--	--

Название раздела (темы) курса (количество часов)	Основное содержание	Основные виды деятельности учащихся
		<p>Сравнивать и анализировать утверждения с целью выявления логически корректных и некорректных рассуждений.</p> <p>Исследовать построенные модели.</p> <p>Использовать цифровые ресурсы</p>

### 11 класс (не менее 105 ч)

Название раздела (темы) курса (количество часов)	Основное содержание	Основные виды деятельности учащихся
<p>Аналитическая геометрия (15 ч)</p>	<p>Повторение: координаты вектора на плоскости и в пространстве, скалярное произведение векторов, вычисление угла между векторами в пространстве. Уравнение прямой, проходящей через две точки.</p> <p>Уравнение плоскости, нормаль, уравнение плоскости в отрезках</p> <p>Векторное произведение. Линейные неравенства, линейное программирование</p>	<p>Актуализировать факты и методы планиметрии, релевантные теме, проводить аналогии.</p> <p>Сводить действия с векторами к аналогичным действиям с их координатами.</p> <p>Вспомнить определение скалярного умножения и его свойства. Вычислять с помощью скалярного умножения длины векторов, углы между ними, устанавливать перпендикулярность векторов.</p> <p>Выводить уравнение плоскости и формулу расстояния от точки до плоскости.</p>

	<p>Аналитические методы расчёта угла между прямыми и плоскостями в многогранниках. Формулы расстояния от точки до плоскости в координатах.</p> <p>Нахождение расстояний от точки до плоскости в кубе и правильной пирамиде</p>	<p><b>Решать</b> задачи, сочетая координатный и векторный методы.</p> <p><b>Проводить</b> логически корректные <b>доказательные рассуждения</b> при решении геометрических задач на применение векторно-координатного метода.</p> <p><b>Анализировать</b> и <b>моделировать</b> на языке геометрии реальные ситуации, связанные векторами и координатами.</p> <p><b>Исследовать</b> построенные модели, в том числе и с использованием аппарата алгебры.</p> <p><b>Использовать</b> компьютерные программы.</p> <p><b>Знакомиться</b> с историей развития математики</p>
<p><b>Повторение, обобщение и систематизация знаний</b> <b>(15 часов)</b></p>	<p>Сечения многогранников: стандартные многогранники, метод следов, стандартные плоскости, пересечения прямых и плоскостей</p> <p>Параллельные прямые и плоскости: параллельные сечения, расчёт отношений, углы между скрещивающимися прямыми</p> <p>Перпендикулярные прямые и плоскости: стандартные пары перпендикулярных плоскостей и прямых, симметрии многогранников, теорема о трёх перпендикулярах, вычисления длин в многогранниках</p>	<p><b>Строить</b> сечения.</p> <p><b>Решать</b> стереометрические задачи на доказательство математических отношений, нахождения геометрических величин (длин, углов, площадей, объёмов).</p> <p><b>Использовать</b> при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы.</p> <p><b>Проводить</b> логически корректные доказательные рассуждения при решении стереометрических задач.</p> <p><b>Сравнивать</b> и <b>анализировать</b> реальные ситуации и выявлять возможность её моделирования на языке геометрии.</p> <p><b>Моделировать</b> реальную ситуацию на языке геометрии и <b>исследовать</b> построенные модели, в том числе и с использованием аппарата алгебры.</p>



Название раздела (темы) курса (количество часов)	Основное содержание	Основные виды деятельности учащихся
Объём многогранника (17 ч)	<p>Повторение: площади многоугольников, формулы для площадей, соображения подобия.</p> <p>Площади сечений многогранников: площади поверхностей, разрезания на части, соображения подобия</p> <p>Объём тела. Объём прямоугольного параллелепипеда. Задачи об удвоении куба, о квадратуре куба; о трисекции угла.</p> <p>Стереометрические задачи, связанные с объёмом прямоугольного параллелепипеда.</p> <p>Прикладные задачи, связанные с вычислением объёма прямоугольного параллелепипеда.</p> <p>Объём прямой призмы.</p> <p>Стереометрические задачи, связанные с вычислением объёмов прямой призмы. Прикладные задачи, связанные с объёмом прямой призмы.</p>	<p>Использовать компьютерные программы при решении задач</p> <p><b>Свободно оперировать понятиями:</b> объём тела, объём прямоугольного параллелепипеда.</p> <p><b>Формулировать</b> основные свойства объёмов.</p> <p><b>Доказывать</b> теорему об объёме прямоугольного параллелепипеда, следствия из неё.</p> <p><b>Разрезать</b> многогранники, перекладывать части.</p> <p><b>Решать</b> стереометрические задачи, связанные с вычислением объёма прямоугольного параллелепипеда, призмы.</p> <p><b>Сравнивать и анализировать</b> утверждения с целью выявления логически корректных и некорректных рассуждений.</p> <p><b>Анализировать и моделировать</b> на языке геометрии реальные ситуации, связанные с объёмом прямоугольного параллелепипеда, призмы, пирамиды.</p>

	<p>Вычисление объёмов тел с помощью определённого интеграла. Объём наклонной призмы, пирамиды.</p> <p>Формула объёма пирамиды. Отношение объёмов пирамид с общим углом.</p> <p>Стереометрические задачи, связанные с объёмами наклонной призмы, пирамиды.</p> <p>Прикладные задачи по теме «Объёмы тел», связанные с объёмом наклонной призмы, пирамиды.</p> <p>Применение объёмов. Вычисление расстояния до плоскости</p>	<p><b>Исследовать</b> построенные модели, в том числе и с использованием аппарата алгебры.</p> <p><b>Выводить</b> основную интегральную формулу для вычисления объёмов тел.</p> <p><b>Доказывать</b> теорему об объёме наклонной призмы на примере треугольной призмы и для произвольной призмы.</p> <p><b>Доказывать</b> теорему: об объёме пирамиды, формулировать следствия из нее: объём усечённой пирамиды. Выводить формулу для вычисления объёмов усечённой пирамиды</p>
<p><b>Тела вращения</b> <b>(24 ч)</b></p>	<p>Цилиндрическая поверхность, образующие цилиндрической поверхности.</p> <p>Цилиндр. Прямой круговой цилиндр. Площадь поверхности цилиндра.</p> <p>Коническая поверхность, образующие конической поверхности.</p> <p>Конус. Сечение конуса плоскостью, параллельной плоскости основания. Усечённый конус. Изображение конусов и усечённых конусов.</p> <p>Площадь боковой поверхности и полной поверхности конуса.</p>	<p><b>Свободно оперировать понятиями:</b> цилиндрическая поверхность, цилиндр. <b>Изучать</b> способы получения цилиндрической поверхности, цилиндра.</p> <p><b>Изображать</b> цилиндр и его сечения плоскостью.</p> <p><b>Свободно оперировать понятиями:</b> коническая поверхность, конус, усечённый конус. Изучать способы получения конической поверхности, конуса.</p> <p><b>Изображать</b> конус и его сечения плоскостью, проходящей через ось, и плоскостью, перпендикулярной к оси.</p> <p><b>Выводить</b> формулы для вычисления боковой и полной поверхностей тел вращения.</p>

Название раздела (темы) курса (количество часов)	Основное содержание	Основные виды деятельности учащихся
	<p>Стереометрические задачи на доказательство и вычисление, построением сечений цилиндра, конуса.</p> <p>Прикладные задачи, связанные с цилиндром.</p> <p>Сфера и шар.</p> <p>Пересечение сферы и шара с плоскостью. Касание шара и сферы плоскостью. Вид и изображение шара.</p> <p>Уравнение сферы. Площадь сферы и её частей.</p> <p>Симметрия сферы и шара.</p> <p>Стереометрические задачи на доказательство и вычисление, связанные со сферой и шаром, построением их сечений плоскостью.</p> <p>Прикладные задачи, связанные со сферой и шаром.</p> <p>Повторение: окружность на плоскости, вычисления в окружности, стандартные подоби</p>	<p><b>Решать</b> стереометрические задачи, связанные с телами вращения, нахождением площади боковой и полной поверхности, построением сечений.</p> <p><b>Использовать</b> при решении задач планиметрические факты и методы.</p> <p><b>Сравнивать и анализировать</b> утверждения с целью выявления логически корректных и некорректных рассуждений.</p> <p><b>Анализировать</b> и <b>моделировать</b> на языке геометрии реальные ситуации, связанные с конусом и цилиндром.</p> <p><b>Исследовать</b> построенные модели, в том числе и с использованием аппарата алгебры</p> <p><b>Актуализировать</b> факты и методы планиметрии, релевантные теме, <b>проводить аналогии.</b></p> <p><b>Свободно оперировать понятиями:</b> сфера и шар, центр, радиус, диаметр сферы и шара.</p> <p><b>Исследовать</b> взаимное расположение сферы и плоскости.</p> <p><b>Формулировать</b> определение касательной плоскости к сфере.</p> <p><b>Доказывать</b> теоремы о свойстве и признаке касательной плоскости.</p> <p><b>Выводить</b> формулу для вычисления площади сферы через радиус сферы.</p>

	<p>Различные комбинации тел вращения и многогранников. Задачи по теме «Тела и поверхности вращения»</p>	<p><b>Решать</b> стереометрические задачи, связанные со сферой и шаром, нахождением площади сферы и её частей, построением сечений сферы и шара. <b>Анализировать</b> и <b>моделировать</b> на языке геометрии реальные ситуации, связанные с шаром и сферой. <b>Решать</b> простые задачи, в которых фигурируют комбинации тел вращения и многогранников. <b>Использовать</b> при решении задач, связанных со сферой и шаром, планиметрические факты и методы. <b>Решать</b> стереометрические задачи, связанные с телами вращения, построением сечений тел вращения, с комбинациями тел вращения и многогранников. <b>Проводить</b> логически корректные доказательные рассуждения при решении геометрических задач, связанных с перпендикулярностью плоскостей. <b>Анализировать</b> и <b>моделировать</b> на языке геометрии реальные ситуации, связанные с многогранниками. <b>Исследовать</b> построенные модели, в том числе и с использованием аппарата алгебры</p>
<p><b>Площади поверхности и объёмы круглых тел (9 ч)</b></p>	<p>Объём цилиндра. Теорема об объёме прямого цилиндра. Площади боковой и полной поверхности цилиндра</p>	<p><b>Свободно оперировать</b> понятиями: объём тела, площадь поверхности. <b>Формулировать</b> основные свойства объёмов. <b>Доказывать теоремы:</b> об объёме цилиндра; об объёме конуса. <b>Выводить</b> формулы для вычисления объёма усеченного конуса.</p>

Название раздела (темы) курса (количество часов)	Основное содержание	Основные виды деятельности учащихся
	<p>Вычисление объёмов тел с помощью определённого интеграла. Объём конуса.</p> <p>Площади боковой и полной поверхности конуса.</p> <p>Стереометрические задачи, связанные с вычислением объёмов цилиндра, конуса.</p> <p>Прикладные задачи по теме «Объёмы и площади поверхностей тел. Объём шара и шарового сектора. Теорема об объёме шара. Площадь сферы.</p> <p>Стереометрические задачи, связанные с вычислением объёмов шара, шарового сектора, шарового сектора.</p> <p>Прикладные задачи по теме «Объёмы тел», связанные с объёмом шара и площадью сферы.</p> <p>Соотношения между площадями поверхностей и объёмами подобных тел.</p> <p>Подобные тела в пространстве.</p> <p>Изменение объёма при подобии.</p>	<p><b>Исследовать</b> построенные модели, в том числе и с использованием аппарата алгебры.</p> <p><b>Знать</b> возможности решения задач на построение циркулем и линейкой, о классических неразрешимых задачах.</p> <p><b>Свободно оперировать понятиями:</b> шаровой сегмент, шаровой слой, шаровой сектор, основание и высота сегмента, основание и высота шарового слоя.</p> <p><b>Выводить</b> формулы для нахождения объёмов шарового сегмента, шарового сектора, площади сферы.</p> <p><b>Доказывать</b> теорему об объёме шара.</p> <p><b>Решать</b> стереометрические задачи, связанные с объёмом шара, шарового сектора, шарового сектора, площадью сферы.</p> <p><b>Сравнивать</b> и <b>анализировать</b> утверждения с целью выявления логически корректных и некорректных рассуждений.</p> <p><b>Анализировать</b> и <b>моделировать</b> на языке геометрии реальные ситуации, связанные с объёмом шара, шарового сектора, шарового сегмента, площадью сферы.</p> <p><b>Свободно оперировать понятием:</b> подобные тела в пространстве.</p>

	<p>Стереометрические задачи, связанные с вычислением объёмов тел и площадей поверхностей</p>	<p><b>Вычислять</b> объёмы тел с помощью определённого интеграла.</p> <p><b>Решать</b> стереометрические задачи, связанные с соотношениями между площадями поверхностей и объёмами подобных тел.</p> <p><b>Проводить</b> логически корректные <b>доказательные рассуждения</b> при решении геометрических задач, связанных с вычислением объёмов тел с помощью определённого интеграла, нахождения соотношения между площадями поверхностей и объёмами подобных тел.</p> <p><b>Анализировать</b> и <b>моделировать</b> на языке геометрии реальные ситуации, связанные с объёмами и поверхностями тел, на доказательство и на нахождение геометрических величин</p>
<p><b>Повторение, обобщение и систематизация знаний</b> (25 ч)</p>	<p>Обобщающее повторение понятий и методов курса геометрии 10–11 классов, систематизация знаний.</p> <p>История развития стереометрии как науки и её роль в развитии современных инженерных и компьютерных технологий</p>	<p><b>Решать</b> стереометрические задачи на доказательство математических отношений, нахождения геометрических величин (длин, углов, площадей, объёмов).</p> <p><b>Использовать</b> при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы.</p> <p><b>Проводить</b> логически корректные доказательные рассуждения при решении стереометрических и планиметрических задач.</p> <p><b>Сравнивать</b> и <b>анализировать</b> реальные ситуации и выявлять возможность её моделирования на языке геометрии.</p> <p><b>Моделировать</b> реальную ситуацию на языке геометрии и <b>исследовать</b> построенные модели, в том числе и с использованием аппарата алгебры.</p>

Название раздела (темы) курса (количество часов)	Основное содержание	Основные виды деятельности учащихся
		<p>Использовать компьютерные программы при решении задач.</p> <p>Получать представление о геометрии как о развивающейся науке, исследующей окружающий мир, связанной с реальными объектами, помогающей решить реальные жизненные ситуации</p> <p>о роли стереометрии в развитии современных инженерных и компьютерных технологий</p>

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОГО КУРСА «ВЕРОЯТНОСТЬ И СТАТИСТИКА»

---

### ЦЕЛИ ИЗУЧЕНИЯ УЧЕБНОГО КУРСА

Учебный курс «Вероятность и статистика» углублённого уровня является продолжением и развитием одноименного учебного курса углублённого уровня основной школы. Курс предназначен для формирования у обучающихся статистической культуры и понимания роли теории вероятностей как математического инструмента для изучения случайных событий, величин и процессов. При изучении курса обогащаются представления учащихся о методах исследования изменчивого мира, развивается понимание значимости и общности математических методов познания как неотъемлемой части современного естественнонаучного мировоззрения.

Содержание курса направлено на закрепление знаний, полученных при изучении курса основной школы и на развитие представлений о случайных величинах и взаимосвязях между ними на важных примерах, сюжеты которых почерпнуты из окружающего мира. В результате у обучающихся должно сформироваться представление о наиболее употребительных и общих математических моделях, используемых для описания антропометрических и демографических величин, погрешностей в различных рода измерениях, длительности безотказной работы технических устройств, характеристик массовых явлений и процессов в обществе. Учебный курс является базой для освоения вероятностно-статистических методов, необходимых специалистам не только инженерных специальностей, но также социальных и психологических, поскольку современные общественные науки в значительной мере используют аппарат анализа больших данных. Центральную часть курса занимает обсуждение закона больших чисел — фундаментального закона природы, имеющего математическую формализацию.

В соответствии с указанными целями в структуре учебного курса «Вероятность и статистика» средней школы на углублённом уровне выделены основные содержательные линии: «Случайные события и вероятности» и «Случайные величины и закон больших чисел».

Помимо основных линий в курс включены элементы теории графов и теории множеств, необходимые для полноценного ос-



воения материала данного учебного курса и смежных математических учебных курсов.

Содержание линии «Случайные события и вероятности» служит основой для формирования представлений о распределении вероятностей между значениями случайных величин. Важную часть в этой содержательной линии занимает изучение геометрического и биномиального распределений и знакомство с их непрерывными аналогами — показательным и нормальным распределениями.

Темы, связанные с непрерывными случайными величинами и распределениями, акцентируют внимание школьников на описании и изучении случайных явлений с помощью непрерывных функций. Основное внимание уделяется показательному и нормальному распределениям.

В курсе предусматривается ознакомительное изучение связи между случайными величинами и описание этой связи с помощью коэффициента корреляции и его выборочного аналога. Эти элементы содержания развивают тему «Диаграммы рассеивания», изученную в основной школе, и во многом опираются на сведения из курсов алгебры и геометрии.

Ещё один элемент содержания, который предлагается на ознакомительном уровне — последовательность случайных независимых событий, наступающих в единицу времени. Ознакомление с распределением вероятностей количества таких событий носит развивающий характер и является актуальным для будущих абитуриентов, поступающих на учебные специальности, связанные с общественными науками, психологией и управлением.

## **МЕСТО КУРСА В УЧЕБНОМ ПЛАНЕ**

В учебном плане на изучение учебного курса «Вероятность и статистика» на углублённом уровне отводится 1 учебный час в неделю в течение каждого года обучения, всего 70 учебных часов.

## **ПЛАНИРУЕМЫЕ ПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ (ПО ГОДАМ ОБУЧЕНИЯ)**

Освоение учебного курса «Вероятность и статистика» на уровне среднего общего образования должно обеспечивать достижение следующих предметных образовательных результатов:

## 10 класс

- Свободно оперировать понятиями: граф, плоский граф, связный граф, путь в графе, цепь, цикл, дерево, степень вершины, дерево случайного эксперимента.
- Свободно оперировать понятиями: случайный эксперимент (опыт), случайное событие, элементарное случайное событие (элементарный исход) случайного опыта; находить вероятности событий в опытах с равновозможными элементарными событиями.
- Находить и формулировать события: пересечение, объединение данных событий, событие, противоположное данному; использовать диаграммы Эйлера, координатную прямую для решения задач; пользоваться формулой сложения вероятностей для вероятностей двух и трёх случайных событий.
- Оперировать понятиями: условная вероятность, умножение вероятностей, независимые события, дерево случайного эксперимента; находить вероятности событий с помощью правила умножения, дерева случайного опыта, использовать формулу полной вероятности, формулу Байеса при решении задач; определять независимость событий по формуле и по организации случайного эксперимента.
- Применять изученные комбинаторные формулы для перечисления элементов множеств, элементарных событий случайного опыта, решения задач по теории вероятностей.
- Свободно оперировать понятиями: бинарный случайный опыт (испытание), успех и неудача, независимые испытания, серия испытаний; находить вероятности событий: в серии испытаний до первого успеха; в серии испытаний Бернулли; в опыте, связанном со случайным выбором из конечной совокупности.
- Свободно оперировать понятиями: случайная величина, распределение вероятностей, диаграмма распределения, бинарная случайная величина, геометрическое, биномиальное распределение.

## 11 класс

- Оперировать понятиями: совместное распределение двух случайных величин; использовать таблицу совместного распределения двух случайных величин для выделения распределения каждой величины, определения независимости случайных величин.



## 11 класс

Совместное распределение двух случайных величин. Независимые случайные величины.

Математическое ожидание случайной величины (распределения). Примеры применения математического ожидания (страхование, лотерея). Математическое ожидание бинарной случайной величины. Математическое ожидание суммы случайных величин. Математическое ожидание геометрического и биномиального распределений.

Дисперсия и стандартное отклонение случайной величины (распределения). Дисперсия и стандартное отклонение бинарной случайной величины. Математическое ожидание произведения и дисперсия суммы независимых случайных величин. Дисперсия и стандартное отклонение биномиального распределения. Дисперсия и стандартное отклонение геометрического распределения.

Неравенство Чебышёва. Теорема Чебышёва. Теорема Бернулли. Закон больших чисел. Выборочный метод исследований. Выборочные характеристики. Оценивание вероятности события по выборочным данным. Проверка простейших гипотез с помощью изученных распределений.

Непрерывные случайные величины. Примеры. Функция плотности вероятности распределения. Равномерное распределение и его свойства. Задачи, приводящие к показательному распределению. Задачи, приводящие к нормальному распределению. Функция плотности вероятности показательного распределения, функция плотности вероятности нормального распределения. Функция плотности и свойства нормального распределения.

Последовательность одиночных независимых событий. Задачи, приводящие к распределению Пуассона.

Ковариация двух случайных величин. Коэффициент линейной корреляции. Совместные наблюдения двух величин. Выборочный коэффициент корреляции. Различие между линейной связью и причинно-следственной связью. Линейная регрессия, метод наименьших квадратов.





Название раздела (темы) (количество часов)	Основное содержание	Основные виды деятельности обучающихся
	<p>ожидание случайной величины. Совместное распределение двух случайных величин. Независимые случайные величины. Свойства математического ожидания. Математическое ожидание бинарной случайной величины. Математическое ожидание геометрического и биномиального распределений. Дисперсия и стандартное отклонение. Дисперсия бинарной случайной величины. Свойства дисперсии. Математическое ожидание произведения и дисперсия суммы независимых случайных величин. Дисперсия биномиального распределения. Практическая работа с использованием электронных таблиц</p>	<p><b>Строить</b> и распознавать геометрическое и биномиальное распределения. <b>Решать</b> задачи на вычисление математического ожидания. <b>Строить</b> совместные распределения. <b>Изучать</b> свойства математического ожидания. <b>Решать</b> задачи с помощью изученных свойств. <b>По</b> изученным формулам <b>находить</b> математические ожидания случайных величин, имеющих геометрическое и биномиальное распределения <b>Осваивать</b> понятия: дисперсия, стандартное отклонение случайной величины. <b>Находить</b> дисперсию по распределению. <b>Изучать</b> свойства дисперсии. <b>По</b> изученным формулам <b>находить</b> дисперсию биномиального распределения, в том числе в ходе практической работы</p>

## 11 класс (не менее 35 ч)

<p>Название раздела (темы) (количество часов)</p>	<p>Основное содержание</p>	<p>Основные виды деятельности обучающихся</p>
<p>Закон больших чисел (5 ч)</p>	<p>Неравенство Чебышёва. Теорема Чебышёва. Теорема Бернулли. Закон больших чисел. Выборочный метод исследований. Практическая работа с использованием электронных таблиц</p>	<p><b>Разбирать</b> доказательства теорем. <b>Осваивать</b> выборочный метод исследований, в том числе в ходе практической работы</p>
<p>Элементы математической статистики (6 ч)</p>	<p>Генеральная совокупность и случайная выборка. Знакомство с выборочными характеристиками. Оценка среднего и дисперсии генеральной совокупности с помощью выборочных характеристик. Оценивание вероятностей событий по выборке. Статистическая гипотеза. Проверка простейших гипотез с помощью свойств изученных распределений. Практическая работа с использованием электронных таблиц</p>	<p><b>Осваивать</b> понятия: генеральная совокупность, выборка, выборочное среднее и выборочная дисперсия. <b>Вычислять</b> выборочные характеристики и на их основе оценивать характеристики генеральной совокупности. <b>Осваивать понятия:</b> статистическая гипотеза. <b>Оценивать вероятность</b> событий и проверять простейшие гипотезы на основе выборочных данных, в том числе в ходе практической работы</p>



Название раздела (темы) (количество часов)	Основное содержание	Основные виды деятельности обучающихся
<p>Непрерывные случайные величины (распределения), показательное и нормальное распределения (4 ч)</p>	<p>Примеры непрерывных случайных величин. Функция плотности вероятности. Равномерное распределение. Примеры задач, приводящих к показательному и к нормальному распределениям. Функция плотности вероятности показательного распределения. Функция плотности вероятности нормального распределения</p>	<p><b>Знакомиться</b> понятиями: непрерывная случайная величина, непрерывное распределение, функция плотности вероятности.  <b>Находить</b> вероятности событий по данной функции плотности.  <b>Знакомиться с понятиями:</b> показательное распределение, нормальное распределение.  <b>Выделять</b> по описанию случайные величины, распределенные по показательному закону, по нормальному закону.  <b>Разбирать</b> примеры задач, приводящих к показательному распределению и к нормальному распределению</p>
<p>Распределение Пуассона (2 ч)</p>	<p>Последовательность одиночных независимых событий. Пример задачи, приводящей к распределению Пуассона.          Практическая работа с использованием электронных таблиц</p>	<p><b>Выделять</b> по описанию случайного опыта величины, распределенные по закону Пуассона.  <b>Решать</b> задачи, в том числе в ходе практической работы с применением стандартных функций электронных таблиц</p>
<p>Связь между случайными величинами (6 ч)</p>	<p>Ковариация двух случайных величин. Коэффициент корреляции. Совместные наблюдения двух величин. Выборочный коэффициент корреляции. Различие</p>	<p><b>Осваивать</b> понятия: ковариация, коэффициент корреляции, линейная зависимость.  <b>Оценивать</b> характер связи между случайными величинами, исходя из природы данных и вычисленных характеристик.</p>

	<p>между линейной связью и причинно-следственной связью. Линейная регрессия. Практическая работа с использованием электронных таблиц</p>	<p><b>Использовать</b> диаграммы рассеивания для изображения совместного рассеивания данных. <b>Находить</b> коэффициенты оси диаграммы, в том числе в ходе практической работы с применением стандартных функций</p>
<p><b>Обобщение и систематизация знаний (11 ч)</b></p>	<p>Представление данных с помощью таблиц и диаграмм, описательная статистика, опыты с различными элементарными событиями, вычисление вероятностей событий с применением формул и графических методов (координатная прямая, дерево, диаграмма Эйлера), случайные величины и распределение, математическое ожидание случайной величины</p>	<p><b>Повторять</b> изученное и выстраивать систему знаний</p>